

**ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**БИОЛОГИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

Кафедра биофизики

УТВЕРЖАЮ

Проректор по научно-методической  
и учебной работе

\_\_\_\_\_  
И.С. Скафа

« 22 » \_\_\_\_\_ 2016 г.



**Рабочая программа учебной дисциплины**

**«Дифференциальные уравнения  
в биологии и медицине»**

Направление подготовки (специальность): 06.03.01 Биология

Образовательный уровень выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная, заочная

Донецк 2016



**УТВЕРЖДАЮ**

Декан биологического факультета

О.С.Горецкий

«21» октября 2016 г.

Программа учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения в биологии и медицине» составлена на основе ГОС ВПО по направлению подготовки 06.03.01 «Биология», утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР от «20» апреля 2016 г. № 457, зарегистрированному в Министерстве юстиции ДНР от 01 августа 2016 г. № 1437 и «Положения об организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики», утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР от «30» октября 2015 г. № 750.

Разработчик:

к.пед.н., доцент кафедры биофизики

Е.В. Тимошенко

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры биофизики

Протокол № 1 от "29" августа 2016 г.

Зав. кафедрой

С.В. Беспалова

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией биологического факультета

Протокол № 2 от "21" октября 2016 г.

Председатель учебно-методической комиссии факультета

Е.В. Прокопенко

**1. Область применения и место дисциплины в учебном процессе:** учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения в биологии и медицине» относится к циклу вариативной части профессионального блока дисциплин подготовки студентов по направлению подготовки 06.03.01 Биология (профилизация Биофизика).

Дисциплина реализуется на биологическом факультете ГОУ ВПО «ДонНУ» кафедрой биофизики, основывается на базе предшествующих дисциплин: Математика, Физика, Биоорганическая химия, Ботаника, Зоология, Анатомия человека, Математические методы в биологии, Экология и рациональное природопользование, Физиология человека и животных, Философия, Радиобиология, Физические методы в биологии, Введение в биофизику, Избранные главы высшей математики, Избранные главы теоретической биофизики, Компьютерные исследования и моделирование биологических процессов, является основой для изучения дисциплин: Биофизика, Основы медицинской биофизики, для написания выпускной работы, последующего обучения в магистратуре по направлению подготовки 06.04.01 Биология (профиль Биофизика) и будущей профессиональной деятельности.

**2. Нормативные ссылки (при необходимости)**

**3. Структура дисциплины (модуля)**

Характеристика учебной дисциплины	очная форма обучения на базе		заочная форма обучения на базе	
	ОСО	СПО (сокращ.)	ОСО	СПО (сокращ.)
Образовательный уровень:	Бакалавр			
Направление подготовки	06.03.01 Биология			
Профиль				
Количество содержательных модулей (тем)	3			
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы <sup>1</sup>	Вариативная часть, профессиональный блок			
Формы контроля	Модульный контроль, зачет			
Показатели	очная форма обучения на базе		*заочная форма обучения на базе	
	ОСО	СПО (сокращ.)	ОСО	СПО (сокращ.)
Количество зачетных единиц (кредитов)	2		2	2
Количество часов	72		72	72
Год подготовки	4		4	3
Семестр	8			
Количество часов				
- лекционных	22		4	4
- практических, семинарских				
- лабораторных	11		4	4
- самостоятельной работы	39		64	64
в т.ч. индивидуальное задание				
Недельное количество часов, т.ч.				
аудиторных	2+1			

ОСО – общее среднее образование

СПО – среднее профессиональное образование

ВПО – высшее профессиональное образование

1-в соответствии с ОП (образовательной программой)



#### 4. Описание дисциплины

Дифференциальные уравнения являются одним из основных понятий современной математики. Дифференциальные уравнения, полученные в результате исследования какого-либо реального биологического явления или процесса, называют дифференциальной моделью этого явления или процесса. Современное развитие биологии невозможно без использования дифференциальных уравнений и их систем. В данном курсе рассматриваются теоретические сведения и методы решения стандартных, в приложениях к конкретным разделам биологии, дифференциальных уравнений и систем.

##### **Цели и задачи.**

**Цель** - изучение основных математических понятий, используемых для анализа, моделирования и решения прикладных биологических задач на основе исследования простейших математических моделей, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями (ОДУ), применение математического аппарата к описанию биологических процессов и явлений, приобретение необходимых математических знаний и развитие способностей использовать эти знания в области биологии, медицины и биофизики.

**Задачи** – рассмотрение основных вопросов теории ОДУ и их систем и основных типов дифференциальных уравнений и их систем, которые описывают различные биологические процессы и явления; составление простейших математических моделей биологических явлений и процессов, которые описываются ОДУ, качественное исследование и решение таких дифференциальных уравнений; формирование знаний и умений студентов, необходимых и достаточных для понимания явлений и процессов, происходящих в природе, развитие алгоритмического и логического мышления студентов; овладение методами исследования и решения математических задач, развитие способностей использовать полученные математические знания в области биологии, медицины и биофизики; выработка умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных биологических задач.

**Требования к результатам освоения дисциплины:** Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ГОС ВПО по направлению подготовки 06.03.01 Биология:

##### **а) общекультурных (ОК):**

способность использовать основы философских знаний для формирования мировоззренческой позиции (ОК-1);

способность к письменной и устной коммуникации на государственных языках, навыки культуры социального и профессионального общения (ОК-5);

готовность следовать этическим и правовым нормам в отношении других людей и в отношении природы (принципы биоэтики), четкая ценностная ориентация на сохранение природы и охрану прав и здоровья человека (ОК-9);

способность к осуществлению просветительской и воспитательной работы в профессиональной и общественной сфере деятельности, владение методами пропаганды научных достижений (ОК-10);

осознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать высокой мотивацией к выполнению профессиональной и просветительской деятельности (ОК-12);

способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-13);

##### **б) общепрофессиональных (ОПК):**

способность применять базовые знания фундаментальных разделов математики и математических методов в биологии для освоения математического аппарата биологических наук (ОПК-1);

способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий с учетом требований информационной безопасности (ОПК-2);



способность применять знания фундаментальных разделов физики, химии, наук о Земле для освоения основ биологии (ОПК-3);

понимание значения разнообразия биологических объектов для устойчивости биосферы, осознавать важность сохранения биоразнообразия на всех уровнях организации живой природы (ОПК-4);

способность применять в профессиональной деятельности современные представления о принципах структурной и функциональной организации биологических объектов и механизмах их гомеостатической регуляции; владеть основными методами анализа и оценки состояния живых систем (ОПК-6);

способность применять на практике базовые представления об основных закономерностях и современных достижениях генетики, молекулярной биологии, микро- и макроэволюции, осознавать роль эволюционной идеи в биологическом мировоззрении (ОПК-8);

способность применять базовые представления об основах общей, системной и прикладной экологии, принципах рационального природопользования и охраны природы (ОПК-10);

способность применять базовые знания основ биологии человека и охраны его здоровья (ОПК-11);

способность применять в профессиональной деятельности современные представления о принципах и методах биологической индикации, биологического мониторинга и оценки состояния природной среды (ОПК-14);

способность использовать знания о структуре и свойствах живых систем, историческом развитии жизни, современных направлениях, проблемах и перспективах биологических наук в профессиональной и просветительской деятельности (ОПК-16);

#### **в) профессиональных (ПК):**

##### **научно-исследовательская деятельность:**

владеть базовыми методами первичной математической и статистической обработки экспериментальных данных; уметь анализировать и интерпретировать полученные результаты на основании современных литературных источников (ПК-2);

иметь навыки использования основных технических средств поиска научной биологической информации, пакетов прикладных компьютерных программ, работы с профессиональной информацией в глобальных компьютерных сетях (ПК-3);

##### **педагогическая деятельность:**

уметь подготовить и провести основные виды учебных и внеклассных занятий; комплектовать оборудование по курсам и программным темам, использовать методическую и материальную базу обучения (ПК-17).

#### **В результате изучения учебной дисциплины студент должен:**

**знать:** методы математических исследований в биологии; физический и геометрический смысл производной; определение обыкновенного дифференциального уравнения; постановку задачи Коши, теорему о единственности решения этой задачи; основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения; основные типы биологических задач, которые приводят к составлению математической модели в виде дифференциального уравнения; этапы математического моделирования; основные принципы составления математических моделей биологических объектов и процессов; основные методы приближенного решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем уравнений; методы проверки математических моделей на адекватность;

**уметь:** пользоваться физическим и геометрическим смыслом производной; решать основные типы дифференциальных уравнений первого порядка; понижать порядок дифференциальных уравнений; решать неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами; решать системы обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами; пользоваться основными методами приближенного решения обычных дифференциальных уравнений и



систем уравнений; составлять простейшие математические модели биологических процессов и объектов, которые описываются ОДУ; исследовать полученные модели в зависимости от входящих в них параметров и интерпретировать результаты с точки зрения биологии; проверять простые математические модели на адекватность;

**владеть:** навыками решения основных типов ОДУ первого и второго порядка и систем линейных ОДУ с постоянными коэффициентами; основными способами понижения порядка дифференциальных уравнений; методами составления, исследования и проверки на адекватность простейших математических моделей биологических процессов и объектов, которые описываются ОДУ.

## 5. Содержание дисциплины и формы организации учебного процесса

Курс "Дифференциальные уравнения в биологии и медицине" предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа студента.

Материал излагается с использованием объяснительно-иллюстративных, эвристических и исследовательских методов обучения. При проведении лекций для обсуждения материала используются мультимедийные презентации.

В учебном процессе применяются активные и интерактивные формы проведения занятий (разбор конкретных ситуаций, дискуссия, полемика, эвристическая беседа), внеаудиторная самостоятельная работа, балльно-рейтинговая система оценки успеваемости, личностно-ориентированное обучение, проблемное обучение, блочно-модульное обучение, эвристическое обучение.

В процессе изучения курса предусмотрено использование в учебном процессе интернет-ресурсов; рассмотрение задач, максимально приближенных к конкретным научно-исследовательским ситуациям, которые исторически приходилось решать для построения моделей соответствующих биологических объектов, с элементами дискуссии и полемикой в процессе поиска путей решения сформулированных проблем.

Самостоятельная работа студентов предусматривает: выполнение индивидуальных заданий; изучение учебной и методической литературы; составление конспектов и/или презентаций; защиту презентаций и докладов; творческие задания по составлению задач, приводящих к простейшим математическим моделям, их решение и анализ полученных результатов.

Порядковый номер и тема	Краткое содержание темы
<b>Содержательный модуль 1</b> <b>ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ</b>	
<b>Тема 1.</b> Дифференциальные уравнения первого порядка (общие понятия и геометрическая интерпретация)	Постановка задач. Основные определения. Дифференциальные уравнения первого порядка (общие понятия и геометрическая интерпретация). Задачи, которые приводят к дифференциальным уравнениям первого порядка.
<b>Тема 2.</b> Уравнения с разделяющимися переменными	Уравнение с разделяющимися переменными. Некоторые биологические задачи, которые приводят к дифференциальным уравнениям первого порядка. Рассмотрение модели численности популяции, предложенной Мальтусом.



<b>Тема 3.</b> Основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка	Однородные уравнение первого порядка, и уравнения к ним приводящиеся. Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.
<b>Содержательный модуль 2</b> <b>ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ И СИСТЕМЫ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ</b>	
<b>Тема 4.</b> Некоторые типы дифференциальных уравнений второго порядка	Некоторые типы дифференциальных уравнений второго порядка, приводящиеся к уравнениям первого порядка. Графический метод интегрирования дифференциальных уравнений второго порядка. Методы решения различных уравнений $n$ -го порядка.
<b>Тема 5.</b> Линейные однородные уравнения $n$ -го порядка	Линейные однородные уравнение $n$ -го порядка. Определение и общие свойства. Линейная независимость решений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля. Теорема о структуре общего решения линейного однородного уравнения второго порядка. Линейные однородные уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные однородные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
<b>Тема 6.</b> Линейные неоднородные уравнения	Неоднородные линейные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Неоднородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами со специальной правой частью. Неоднородные линейные уравнения высших порядков.
<b>Тема 7.</b> Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Задачи, которые приводят к системам дифференциальных уравнений. Однородные и неоднородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и методы их решения.
<b>Тема 8.</b> Методы приближенного решения дифференциальных уравнений и систем	Приближенное решение дифференциальных уравнений первого порядка методом Эйлера. Разностный метод приближенного решения дифференциальных уравнений, основанный на применении формулы Тейлора. Метод Адамса. Приближенный метод интегрирования систем дифференциальных уравнений первого порядка.
<b>Содержательный модуль 3</b> <b>ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ БИОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ</b>	
<b>Тема 9.</b> Математические модели биологических процессов	Моделирование как один из научных методов исследования. Этапы математического моделирования и основные этапы процесса построения математической модели. Модели численности популяции Ферхюльста-Перла и Вольтерра. Модель роста дерева И.А.Полетаева. Модель Франка (модель кровеносной системы). Упрощенная модель культиватора бактерий. Модель распространения эпидемии.

## Тематический план учебной дисциплины

Названия содержательных модулей и тем	Содержательный модуль 1. Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения																		
	Количество часов																		
	Очная форма						Заочная форма												
							на базе общего среднего образования						на базе среднего профессионального образования						
	всего	в т.ч.					всего	в т.ч.					всего	в т.ч.					
лекции		практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа	лекции		практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа	лекции		практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа		
Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка (общие понятия и геометрическая интерпретация).	3	1		-	2		2,5	0,5			0,5	2		2,5	0,5		0,5	2	
Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными.	6	1		1	4		4,5					4		4,5					4
Тема 3. Основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.	19	6		3	10		16	1		1	14		16	1		1	14		
Итого по 1 содержательному модулю	28	8		4	16		23	1,5		1,5	20		23	1,5		1,5	20		



Названия содержательных модулей и тем	Содержательный модуль 2. Дифференциальные уравнения высших порядков и системы обыкновенных дифференциальных уравнений																	
	Количество часов																	
	Очная форма						Заочная форма											
							на базе общего среднего образования						на базе среднего профессионального образования					
	всего	в т.ч.					всего	в т.ч.					всего	в т.ч.				
		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа
Тема 4. Некоторые типы дифференциальных уравнений второго порядка.	6	2		1	3		7	0,5		0,5	6		7	0,5		0,5	6	
Тема 5. Линейные однородные уравнения $n$ -го порядка.	4	2		-	2		4,5	0,5		0,5	4		4,5	0,5		0,5	4	
Тема 6. Линейные неоднородные уравнения.	8	3		2	3		6,5				6		6,5				6	
Тема 7. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	9	3		2	4		12	1		1	10		12	1		1	10	
Тема 8. Методы приближенного решения дифференциальных уравнений и систем.	3	1		-	2		6	-		-	6		6	-		-	6	
Итого по 2 содержательному модулю	30	11		5	14		36	2		2	32		36	2		2	32	

Названия содержательных модулей и тем	Содержательный модуль 3. Основы математического моделирования биологических процессов																	
	Количество часов																	
	Очная форма						Заочная форма											
							на базе общего среднего образования						на базе среднего профессионального образования					
	всего	в т.ч.					всего	в т.ч.					всего	в т.ч.				
лекции		практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа	лекции		практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа	лекции		практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа	
Тема 9. Математические модели биологических процессов.	14	3		2	9		13	0,5		0,5	12		13	0,5		0,5	12	
Итого по 3 содержательному модулю	14	3		2	9		13	0,5		0,5	12		13	0,5		0,5	12	
Всего по дисциплине	72	22		11	39		72	4		4	64		72	4		4	64	



**6. Темы семинарских занятий**  
**7. Темы практических занятий**  
**8. Темы лабораторных занятий**

1. Уравнения с разделяющимися переменными и к ним приводящиеся.
2. Однородные уравнения и к ним приводящиеся.
3. Линейные уравнения 1 порядка и к ним приводящиеся.
4. Уравнения с разделяющимися переменными.
5. Некоторые типы дифференциальных уравнений второго порядка, допускающие понижение порядка.
6. Линейные однородные и неоднородные уравнения  $n$ -го порядка.
7. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
8. Математические модели биологических процессов.

**9. Самостоятельная работа**

Самостоятельная работа студентов предусматривает: выполнение индивидуальных заданий (задания 1,2); изучение учебной и методической литературы (темы 1-9); составление конспектов и/или презентаций (темы 1-9); защиту презентаций и докладов; творческие задания по составлению задач, приводящих к простейшим математическим моделям (для студентов очной формы обучения).

**Темы докладов**

1. Моделирование как один из научных методов исследования. Математическое моделирование.
2. Общие принципы и этапы математического моделирования. Виды математических моделей.
3. Основные этапы процесса построения и проверки математической модели биологического процесса.
4. Модель численности популяции, предложенная Мальтусом, ее достоинства и недостатки.
5. Модель Ферхюльста-Перла и область ее применимости.
6. Модель Вольтерра и возможности ее дальнейшего развития.
7. Модель роста дерева, предложенная И.А.Полетаевым.
8. Модель Франка (модель кровеносной системы).
9. Упрощенная модель культиватора бактерий.
10. Модель распространения эпидемии.
11. Современные математические пакеты, используемые для разработки и проверки моделей.

**10. Индивидуальные задания**

**Образец индивидуального задания № 1**

**Вариант № 1**

I. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

1.  $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx;$
2.  $\sqrt{5+y^2} + y'y\sqrt{1-x^2} = 0;$
3.  $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2;$

4.  $xy' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y;$
5.  $y' = \frac{x + 2y - 3}{2x - 2};$
6.  $y' = \frac{y - 2x + 3}{x - 1};$

II. Найти решение задачи Коши:

1.  $y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0;$
2.  $y' + 2xy = xe^{-x^2} \sin x, y(0) = 1;$
3.  $y^2 dx + \left(x + e^{\frac{2}{y}}\right) dy = 0, y|_{x=e} = 2;$
4.  $(xy + \sqrt{y})dy + y^2 dx = 0, y|_{x=-\frac{1}{2}} = 4;$
5.  $y' + xy = (1 + x)e^{-x} y^2, y(0) = 1;$
6.  $2xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^3, y(1) = \frac{1}{2}\sqrt{2};$

III. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

1.  $3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0;$
2.  $(xe^x + \frac{y}{x^2})dx - \frac{1}{x} dy = 0;$

IV. Найти общее решение дифференциального уравнения:

1.  $y'''x \ln x = y'';$
2.  $xy''' + y'' + x = 0;$

V. Найти решение задачи Коши:

1.  $4y^3 y'' = y^{IV} - 1, y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}};$
2.  $y'' + 18 \sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 3;$

VI. Найти общее решение дифференциального уравнения:

1.  $y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2;$
2.  $y''' - y'' = 4x^2 - 3x + 2;$
3.  $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x};$
4.  $y''' - 3y'' - y' + 3y = (4 - 8x)e^x;$
5.  $y'' + 2y' = 4e^x (\sin x + \cos x);$
6.  $y'' + 2y' + 5y = -17 \sin 2x;$
7.  $y'' - 2y' = 2 \cos 2x;$
8.  $y'' + 2y' = 2 \sin 2x$

VII. Найти решение задачи Коши:

1.  $y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\cos \pi x}, y(0) = 3, y'(0) = 0;$



2.  $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{3 + e^{-x}}, y(0) = 1 + 8 \ln 2, y'(0) = 14 \ln 2;$

### Образец индивидуального задания № 2

#### Вариант 1

1. Логистический рост некоторой популяции описывается дифференциальным уравнением  $\frac{dx}{dt} = x(0,1 - 0,001x)$ . Начальное количество особей  $x(0)=10$ . Каким равноправным будет размер популяции?

2. Изменение численности популяции  $x$  со временем  $t$  (в часах) описывается уравнением  $\frac{dx}{dt} + \frac{0,5x}{1+t} = 0$ . Какое решение удовлетворит начальное условие  $x(0)=400$ ? Каким будет размер популяции за 15 часов?

3. Задано дифференциальное уравнение, которое описывает поглощение солнечного света водоемом:  $\frac{dI}{dz} = -kI$ , где  $k=0,8 \text{ м}^{-1}$  - коэффициент поглощения,  $I=I(z)$  - интенсивность света на глубине  $z$ . Для водных растений определенного вида необходим солнечный свет с интенсивностью, которая не меньше  $0,1 I_0$ , где  $I_0$  - интенсивность освещения на поверхности водоема. На какой максимальной глубине могут жить эти растения?

4. Изменение роста популяции бактерий  $N$  со временем  $t$  в часах описывается дифференциальным уравнением  $\frac{dN}{dt} = 0,1N$ . Каким будет размер популяции через 10 часов роста, если  $N(0)=1000$ ?

5. Происходит рост популяции бактерий по логистической модели от начального размера  $x(0)=100$  до граничного  $x(\infty)=100\,000$ . За первый час размер достигает  $x(1)=120$  бактерий. Запишите дифференциальное уравнение заданного процесса и его решения. За какое количество часов популяция достигнет размера 1000; 10 000; 50 000?

6. Постоянная скорость растворения стрептоцида с таблетки массой 0,5 г равняется  $k=0,05 \text{ мин}^{-1}$ . Вычислить, сколько лекарственного вещества (в процентах) раствориться за 30 минут, если скорость растворения таблеток описывается уравнением  $\frac{dm}{dt} = -km$ .

7. Реакция организма на внутривенное введение определенного лекарственного препарата описывается дифференциальным уравнением  $\frac{dr}{dt} + ar = bt^2 e^{-at}$ , где  $t$  - время в часах, величина  $a, b$  - стали. Начальное условие:  $r(0)=0$ . Какой и когда будет максимальная реакция организма?

8. Изменение концентрации определенного лекарственного вещества в крови  $z(t)$  со временем  $t$  (в часах) при введении перорально описывается дифференциальным уравнением  $\frac{dz}{dt} + az = bt e^{-at}$ , где  $a, b$  - const. Найти решение дифференциального уравнения, если  $z(0)=0$ . Какой и когда есть максимальная концентрация лекарственного вещества в крови?

9. Развитие реакции организма  $x$  со временем на действие раздражителя описывается дифференциальным уравнением  $\frac{dx}{dt} + tx = te^{\frac{t^2}{2}}$ . Какое решение уравнения, если  $x(0)=0$ ? Исследовать решение уравнения на интервалы монотонности, экстремумы, выпуклости и точки перегиба. По результатам построить график функции.

10. Непрерывное изменение численности одной из популяции с начальным значением численности равной  $Z(0)=1000$  до граничного количества  $\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t) = 2000$  описывается дифференциальным уравнением  $\frac{dZ}{dt} = a - bZ$ . Решить дифференциальное уравнение и найти закон роста популяции.

11. Рост клетки определяется потоком питательных веществ через ее оболочку. На ранних стадиях роста клетки можно считать, что увеличение массы клетки пропорционально к площади поверхности. Пусть клетка имеет форму круга. Тогда масса клетки  $z(t)$  в момент  $t$

удовлетворит дифференциальное уравнение  $\frac{dz}{dt} = k \cdot z^{\frac{2}{3}}$ ,  $k = \text{const} > 0$ . Определить зависимость массы клетки  $z(t)$  в момент времени  $t$ , если  $z(0) = z_0$ . Найти время, за которое масса клетки удвоится при  $k=3$ ,  $z_0=1$ .

12. Скорость распада биологических клеток в постоянном звуковом поле можно записать уравнением  $\frac{dN}{dt} = -RN$ , где  $N$  - концентрация клеток,  $t$  - время,  $R$  - постоянная скорость распада клеток. Восстановите закон распада клеток в постоянном звуковом поле, если  $t=0$ ,  $N=N_0$ .

## 11. Контрольные вопросы к промежуточной аттестации

### Вопросы к модульному контролю

1. Дифференциальные уравнения первого порядка (постановка задач и основные определения, общие понятия и геометрическая интерпретация).
2. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка.
3. Уравнение с разделяющимися переменными.
4. Биологические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка (модель Мальтуса, модель Ферхюльста-Перла, модель Полетаева, модель культиватора, модель эпидемии, модель Франка).
5. Однородные уравнение первого порядка, и уравнения к ним приводящиеся.
6. Линейные уравнения первого порядка и методы их решения.
7. Уравнение Бернулли.
8. Уравнение в полных дифференциалах.
9. Интегрирующий множитель и способы его нахождения.
10. Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной (уравнения Лагранжа и Клеро).
11. Некоторые типы дифференциальных уравнений второго порядка, приводящиеся к уравнениям первого порядка.
12. Графический метод интегрирования дифференциальных уравнений второго порядка.

### Вопросы к зачету

1. Линейные однородные уравнение  $n$ -го порядка (определение и общие свойства).
2. Линейная независимость решений. Определитель Вронского и его свойства.
3. Формула Лиувилля.
4. Теорема о структуре общего решения линейного однородного уравнения второго порядка.
5. Линейные однородные уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.
6. Линейные однородные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
7. Неоднородные линейные уравнения второго порядка (определение и общие свойства).
8. Метод вариации произвольной постоянной.
9. Неоднородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами со специальной правой частью и методы их решения.
10. Неоднородные линейные уравнения высших порядков.
11. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений (определение и общие свойства) мм.
12. Задачи, которые приводят к системам дифференциальных уравнений.
13. Однородные и неоднородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и методы их решения.



14. Приближенное решение дифференциальных уравнений первого порядка методом Эйлера.
15. Разностный метод приближенного решения дифференциальных уравнений, основанный на применении формулы Тейлора.
16. Метод Адамса.
17. Приближенный метод интегрирования систем дифференциальных уравнений первого порядка.
18. Моделирование как один из научных методов исследования.
19. Этапы математического моделирования и основные этапы процесса построения математической модели.
20. Модель Вольтерра.

### Пример зачетного задания

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:  
 $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx$ ;
2. Найти решение задачи Коши:  
 $y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0$ ;
3. Найти общее решение дифференциального уравнения:  
 $y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2$ ;
4. Логистический рост некоторой популяции описывается дифференциальным уравнением  $\frac{dx}{dt} = x(0,1 - 0,001x)$ . Начальное количество особей  $x(0)=10$ . Каким равноправным будет размер популяции?

### 12. Образец экзаменационного билета

Экзамен не предусмотрен.

### 13. Образец тестового задания (при наличии)

### 14. Критерии оценивания

Оценка знаний студента проводится по 100-балльной шкале согласно следующим критериям:

Виды СРС или форма контроля	Баллы		
	очная форма обучения на базе	заочная форма обучения на базе	
	ОСО	ОСО	СПО
Систематичность посещения, активность на занятиях	2	4	4
Изучение учебной и методической литературы, составление конспектов и/или презентаций	9	26	26
Защита презентаций и докладов	4	-	-
Индивидуальное задание 1	10	10	10
Индивидуальное задание 2	10	10	10

Творческое задания по составлению задач, приводящих к простейшим математическим моделям, их решение и анализ полученных результатов	5	-	-
Модульный контроль	10	-	-
Зачет	50	50	50
Общий итог	100	100	100

При оценивании творческого задания по составлению задач, приводящих к простейшим математическим моделям, преподавателем оценивается уровень составленных задач, их оригинальность, решение и анализ полученных результатов.

***Зачет оценивается в 50 баллов.***

При оценивании зачета преподаватель руководствуется следующими принципами:

**От 40 до 50 баллов** - показаны систематические и глубокие знания при ответе на теоретические вопросы, выполнена практическая часть в полном объеме;

**От 30 до 40 баллов** - показаны систематические и глубокие знания при ответе на теоретические вопросы, выполнена практическая часть в полном объеме, но в работе допущены несущественные ошибки;

**От 20 до 30 баллов** – показаны не систематические и не глубокие знания при ответе на теоретические вопросы, практическая часть выполнена не в полном объеме, в работе допущено несколько существенных ошибок;

**От 10 до 20 баллов** - показаны поверхностные знания при ответе на теоретические вопросы, практическая часть не выполнена, в работе допущено много существенных ошибок;

**От 0 до 10 баллов** - показаны поверхностные знания при ответе на теоретические вопросы, практическая часть не выполнена, в работе допущены существенные ошибки, в практической части воспроизведены отдельные фрагменты решения с помощью экзаменатора.

**0** - полное незнание материала.

**Шкала оценивания академической успеваемости:**

По шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачет)	Оценка по государственной шкале (зачет)
A	90–100	5 (отлично)	зачтено
B	80–89	4 (хорошо)	зачтено
C	75–79	4 (хорошо)	зачтено
D	70–74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60–69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35–59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи	не зачтено



F	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено
---	------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------

### 15. Материально-техническое обеспечение учебного процесса

Для проведения лекционных и лабораторных занятий, промежуточного контроля требуется аудитория на группу, оборудованная меловой или интерактивной доской или мультимедийным проектором и экраном. При подготовке к промежуточному контролю, для выполнения индивидуальных и творческих заданий необходимы:

1. Ноутбук или персональный компьютер.
2. Выход в Интернет.
3. Wi-Fi доступ в корпусах университета.
4. Текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета.

### 16. Рекомендованная литература

#### Основная

1. Гильдерман Ю.И. Лекции по высшей математике для биологов.- Новосибирск, 1974.
2. Гроссман С., Тернер Дж.. Математика для биологов.- М.: "Высшая школа".- 1983.
3. Есипов А.А., Сазонов Л.И., Юдович В.И. Руководство к решению задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям.
4. Лопатинский Я.Б. Обыкновенные дифференциальные уравнения.- К.:Высшая школа, 1984.
5. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Наука.- 1987.
6. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах.- К.: Высшая школа, 1994.
7. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений.- М.: ГИФМЛ, 1958.
8. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям.- М., 1979.
9. Шкиль М.И., Колесник Т.В. Высшая математика: Учебник: В 3 кн.- К.: Либедь, 1994.

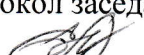
#### Дополнительная

1. Александров Г.А. Динамическая модель совместного круговорота органического вещества и азота в биоценозе переходного болота / Г.А.Александрова, Д.О. Логофет // В кн.: Математическое моделирование биогеоценотических процессов.- М.: Наука, 1985.- С.80-97.
2. Антонов В.Ф. Биофизика / В.Ф.Антонов, А.М.Черныш, В.И.Пасечник, С.А.Вознесенский, Е.К.Козлова. - М.: Владос, 2003. - 288 с.
3. Баврин И.И. Высшая математика: Учебное пособие для студентов химико-биологического факультета пединститутов / И.И.Баврин – М.: Просвещение, 1980. - 237 с.
4. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование / В.Вольтерра.- М.: Наука, 1976.- 285 с.
5. Горстко А.Б. Познакомьтесь с математическим моделированием / А.Б.Горстко. - М.: Знание, 1991. - 160 с.
6. Горстко А.Б. Математика и проблемы сохранения природы / А.Б.Горстко, Ф.А.Сурков. - М.: «Знание», 1975. - 63 с.
7. Дружинин Н.И. Математическое моделирование и прогнозирование загрязнения поверхностных вод суши / Н.И.Дружинин, А.И.Шишкин.- Л.:Гидрометеиздат, 1984.-390 с.
8. Кошечая Г.С. Основы высшей математики для биологов [Электронный ресурс]: электронный учебник для студ. биол. факульт. унив. / Г.С.Кошечая, О.В. Тимошенко. –

- 700 Мб. – Донецк, ДонНУ, 2010. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см. - Систем. требов. MS Win XP, MS Office 2003, Internet Explorer 6.0, Adobe Acrobat Reader 5.0.
9. Крапивин В.Ф. Математическое моделирование глобальных биосферных процессов / В.Ф.Крапивин, Ю.М.Свирижев, А.М.Тарко. - М.: Наука, 1982.- 272 с.
  10. Лаврик В.И. Методы математического моделирования в экологии / В.И. Лаврик. - Київ: Фітосоціоцентр. - 1998. -132 с.
  11. Лаврик В.И. Роль математического моделирования в выработке оптимального взаимодействия между человеком и природой // Теория и практика: методологические и мировоззренческие аспекты / В.И.Лаврик. - Киев: Наук.думка, 1992.- С.62-72.
  12. Марчук Г.Н. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды / Г.Н.Марчук. -М.: Наука, 1982. - 304 с.
  13. Марри Дж. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. Лекции о моделях / Дж.Марри. - М.: Мир, 1983. - 397 с.
  14. Математические модели в экологии и генетике.- М.: Наука, 1981.- 176 с.
  15. Математическое моделирование биогеоценотических процессов.- М.:Наука,1985.- 126 с.
  16. Меншуткин В.В. Математическое моделирование популяций и сообществ водных животных / В.В.Меншуткин. -Ленинград: Наука, 1971.- 196 с.
  17. Михайленко В. М. Сборник прикладных задач по высшей математике: Учеб. пособие / В. Г.Михайленко, Р. А.Антонюк. - К.: Высшая шк., 1990. - 167 с.
  18. Романовский Ю.М. Математическая биофизика / Ю.М.Романовский, Н.В.Степанова, Д.С.Чернявский.- М.: Наука, 1984. - 304 с.
  19. Романовский Ю.М. Математическое моделирование в биофизике / Ю.М.Романовский, Н.В.Степанова, Д.С.Чернявский. - М.: Наука, 1975. - 344 с.
  20. Смит Дж. Модели в экологии (пер.с англ.) / Дж.Смит. - М.: Мир, 1976.- 184 с.
  21. Торнли Дж.Г.М. Математические модели в физиологии растений (пер.с англ.) / Дж.Г.М. Торнли. - Киев: Наук.мысль, 1982. - 310 с.

### 17. Информационные ресурсы

1. Кошечая Г.С. Основы высшей математики для биологов [Электронный ресурс]: электронный учебник для студ. биол. факульт. унив. / Г.С.Кошечая, О.В. Тимошенко. – 700 Мб. – Донецк, ДонНУ, 2010. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см. - Систем. требов. MS Win XP, MS Office 2003, Internet Explorer 6.0, Adobe Acrobat Reader 5.0.
2. [http://twt.mpei.ac.ru/math/ode/ODEall/ODEall\\_01000000.html](http://twt.mpei.ac.ru/math/ode/ODEall/ODEall_01000000.html)
3. <http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/ode/theme1/theme.asp>
4. <https://www.youtube.com/watch?v=pUyIuSVyrlk>
5. <http://lectoriy.mipt.ru/lecture/Maths-NumAnalysis-L15-Aristova-141217.01>
6. <http://vm.tstu.tver.ru/lections.html>
7. <http://xn--80akjhdhk1e5c.xn--p1ai/allvideos>

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 2017-~~18~~ год. Протокол заседания кафедры № 1 от 29.08.17  
 Заведующий кафедрой биофизики  С.В. Беспалова

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 201\_\_\_\_ год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ .  
 Заведующий кафедрой биофизики С.В. Беспалова

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 201\_\_\_\_ год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ .



Заведующий кафедрой биофизики

С.В. Беспалова

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 201\_\_\_\_ год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_.

Заведующий кафедрой биофизики

С.В. Беспалова

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 201\_\_\_\_ год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_.

Заведующий кафедрой биофизики

С.В. Беспалова